Imaginemos um vetor:

$$\vec{V} = (v_x, v_y, v_z).$$

Chamemos $\vec{V_{xy}}$ ao vetor

$$\vec{V}_{xy} = (v_x, v_y, 0).$$

Este é o vetor que tem as componentes x e y do primeiro vetor, mas cuja coordenada z é nula. Agora vamos chamar

$$\vec{V}_z = (0, 0, v_z)$$

ao vetor que tem a componente z do primeiro vetor, mas as outras coordenadas nulas. Visualizando isto, tridimensionalmente, é óbvio que $\vec{V}_{xy}$ e $\vec{V}_z$ são perpendiculares, e, para além disso, são catetos de um mesmo triângulo retângulo, cuja hipotenusa é o vetor $\vec{V}$ original. Logo, pelo teorema de pitágoras,

$$|\vec{V}|^2 = |\vec{V}_{xy}|^2 + |\vec{V}_z|^2.$$

Mas, decompondo analogamente por sua vez o vetor $\vec{V}_x y$, em dois vetores $\vec{V}_x$ e $\vec{V}_y$, então, aplicando novamente o teorema de pitágoras, $|\vec{V}_{xy}|^2 = |\vec{V}_x|^2 + |\vec{V}_y|^2$. Logo, inserindo esta ultima equação na primeira, obtemos a equação:

$$|\vec{V}|^2 = |\vec{V}_{xy}|^2 + |\vec{V}_z|^2 \Leftrightarrow |\vec{V}|^2 = |\vec{V}_x|^2 + |\vec{V}_y|^2 + |\vec{V}_z|^2.$$

Agora, como os módulos são sempre positivos, não nos importamos com os sinais das raízes, ou seja, podemos aplicar a operação raiz quadrada aos dois lados da equação. Logo, temos a prova completa:

$$|\vec{V}| = \sqrt{|\vec{V}_x|^2 + |\vec{V}_y|^2 + |\vec{V}_z|^2}$$