# DUAS TRANSFORMADAS DISCRETAS DE HILBERT

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

# XXVII SALÃO DE INICIACÃO CIENTÍFICA

19-23 DE OUTUBRO DE 2015, CAMPUS VALE

## OBJETIVO

Desenvolver uma Teoria de Representação para as Transformadas Discretas de Hilbert análoga à famosa representação de Stefanie Petermichl para a Transformada Contínua de Hilbert.

# METODOLOGIA

Adotamos uma metodologia baseada em Experimentos Númericos e Simulações no MATLAB para validar os novos resultados alcançados a partir daqueles encontrados na literatura.

# FÓRMULAS

Pelo "Valor Principal de Cauchy", escrevemos a Transformada Contínua de Hilbert do sinal s(t) na seguinte forma :

$$H\{s(t)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s(y)}{t - y} dy \tag{1}$$

enquanto que definimos a Transformada Discreta Sequencial de Hilbert por :

$$(H^d x)(i) := \sum_{j \in \mathbb{Z}, j \neq i} \frac{x_j}{i - j}$$
 (2)

para  $i \in \mathbb{Z}$ , onde  $x = \{x_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ,

e a Transformada Discreta Finita de Hilbert por :

$$(H_{N}x)(i) := \sum_{|j| \leq N, j \neq i} \frac{x_j}{i - j} \tag{3}$$

para  $|i| \leq N$ , onde  $x \in \mathbb{R}^{2N+1}$ .

#### APRESENTADOR

ARMAND AZONNAHIN, MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

### ORIENTADOR

JEAN CARLO PECH DE MORAES, PhD IN MATHEMATICS

# PROPESQ/UFRGS/2015

PIBIC-CNPq 2014-2015

## **TEOREMA 1**

A Transformada Discreta Finita de Hilbert  $H_N$  é limitada em  $I^2(\mathbb{Z}_{2N+1})$ , com cotas superiores independentes da dimensão N, isto é, existe uma constante C>0 independente de N tal que :

$$||H_{N}x||_{l^{2}(\mathbb{Z}_{2N+1})} \leq C||x||_{l^{2}(\mathbb{Z}_{2N+1})} \tag{4}$$

para todos os vetores  $x \in l^2(\mathbb{Z}_{2N+1})$ .

#### TEOREMA 2

Se pudermos ver a Transformada Discreta Sequencial de Hilbert  $H^d$  como sendo o limite de  $H_N$  quando  $N \to \infty$ , então  $H^d$  deve ser um operador limitado em  $I^2(\mathbb{Z})$ , isto é, existe uma constante C > 0 tal que :

$$||H^dx||_{l^2(\mathbb{Z})} \le C||x||_{l^2(\mathbb{Z})}$$
 (5)

para todos os vetores  $x \in I^2(\mathbb{Z})$ .

# APLICAÇÕES DA DHT ...

- Descrição de sinais analíticos e redes de fase mínima;
- ► Geração do espectro de fase de um sinal dado o seu espectro em magnitude;
- ► Análise espectral . . .

## CONCLUSÃO

Nas condições de Nyquist, provamos que a  $\mathcal{H}^d$  possui as mesmas características que a Transformada Contínua de Hilbert . . .

# HORÁRIO E LOCAL

Sessão: Matemática

Data: 22/10/2015 (quinta-feira)

Horário: 14:00 — 18:00

Local:Sala 207 Prédio F - 43123

#### **AGRADECIMENTOS**

CNPq, UFRGS e Radboud University